ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE
MADRID

ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES **CURSO 2001-2002**

EXAMEN DE JUNIO (1er SEMESTRE) **26-6-2002**

PROBLEMA

En el entorno de un punto P de un sólido elástico de material dúctil existe el estado tensional indicado en la figura, siendo k un parámetro positivo.

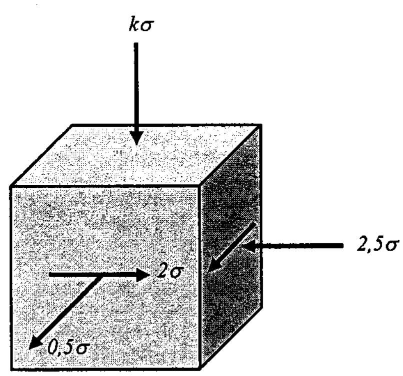
Los límites elásticos del material, a tracción y a compresión son respectivamente:

$$\sigma_{et} = 6\sigma \quad ; \quad \sigma_{ec} = 12\sigma$$

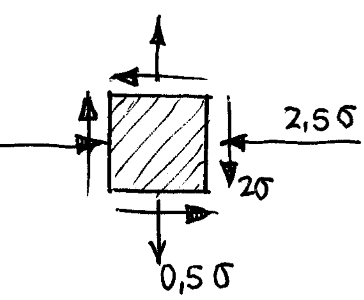
1º.- Determinar cómo varía la resistencia en el punto P al tomar el parámetro k todos los valores posibles para que el comportamiento del material sea elástico, según el criterio simplificado de Mohr.

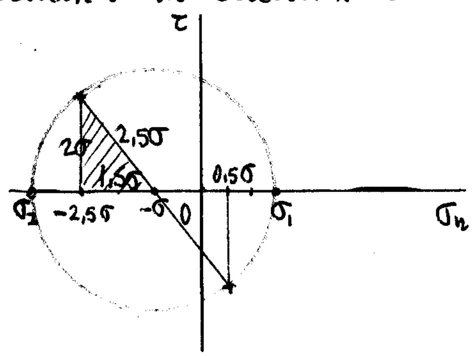
2º.- Representar gráficamente el coeficiente de seguridad en función del parámetro k, n = f(k), según el mismo criterio de Mohr.

3º.- Cómo varían los resultados de los apartados anteriores si se aplica el criterio de Tresca, indicando cual de los dos criterios es más conservador.



1º De la observación de la figura se deduce que la tensión $-k\sigma$ es una tensión principal. Las otras dos se obtienen de forma inmediata, bien mediante la ecuación característica o bien aplicando los





$$\sigma_{1,2} = -\sigma \pm \sqrt{(2\sigma)^2 + (1{,}5\sigma)^2} = -\sigma \pm 2{,}5\sigma$$

Las tensiones principales, ordenadas de mayor a menor, son:

a) Si $K \leq 3{,}5$: $\quad \sigma_1 = 1{,}5\sigma \quad ; \quad \sigma_2 = -K\sigma \quad ; \quad \sigma_3 = -3{,}5\sigma$

$$\sigma_{equiv} = \sigma_1 - \frac{1}{2}\sigma_3 = (1{,}5 + 3{,}5/2)\sigma = 3{,}25\sigma$$

b) Si $K > 3{,}5$: $\quad \sigma_1 = 1{,}5\sigma \quad ; \quad \sigma_2 = -3{,}5\sigma \quad ; \quad \sigma_3 = -K\sigma$

$$\sigma_{equiv} = \sigma_1 - \frac{1}{2}\sigma_3 = \left(1{,}5 + \frac{K}{2}\right)\sigma = \frac{3+K}{2}\sigma$$

De lo anterior se deduce:

a) Si $K \leq 3{,}5$ la resistencia es constante, ya que lo es la tensión equiv.

b) Si $K > 3{,}5$, la resistencia disminuye al aumentar K. El valor de K está acotado, ya que $\sigma_{equiv} = \frac{3+K}{2}\sigma \leq \sigma_{et} = 6\sigma$, es decir $K < 9$ para que se cumpla la condición del enunciado de comportamiento elástico.

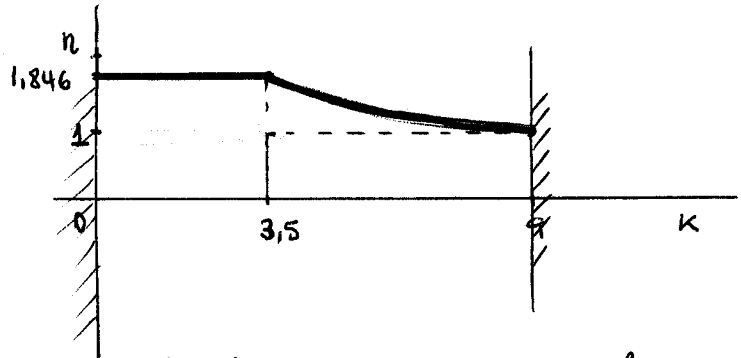
2º * Si $K \leq 3{,}5$ al ser la tensión equivalente constante también lo será el coeficiente de seguridad

$$n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{equiv}} = \frac{6\sigma}{3{,}25\sigma} = 1{,}846$$

* Si $K > 3{,}5$, el coeficiente de seguridad es

$$n = \frac{6\sigma}{\frac{3+K}{2}\sigma} = \frac{12}{3+K}$$

La representación gráfica pedida $n = f(K)$ será una recta paralela al eje de abscisas para $0 \leq K \leq 3{,}5$ y una rama de hipérbola equilátera para $3{,}5 \leq K < 9$. Para $K > 9$ el material del sólido elástico considerado se encontraría en régimen plástico.



3° Si en vez del criterio simplificado de Mohr aplicamos el de Tresca:

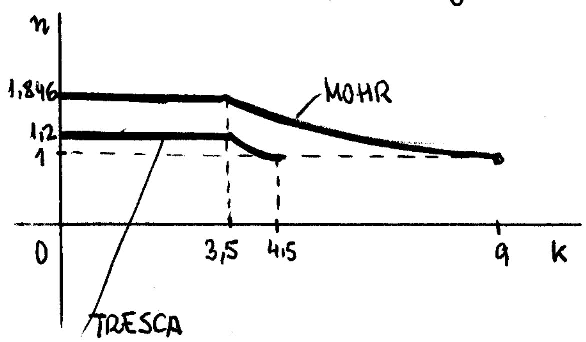
a) Si $K \leq 3,5$: $\sigma_{equiv} = \sigma_1 - \sigma_3 = 1,5\sigma + 3,5\sigma = 5\sigma$

el coeficiente de seguridad sería: $n = \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{equiv}} = \frac{6\sigma}{5\sigma} = 1,2$

b) Si $K > 3,5$: $\sigma_{equiv} = 1,5\sigma + K\sigma = (1,5 + K)\sigma$

$$n = \frac{6\sigma}{(1,5+K)\sigma} = \frac{12}{3+2K}$$

La representación gráfica del coeficiente de seguridad $n = f(K)$ es, según el criterio de Tresca, el siguiente:



En la misma figura se ha superpuesto el correspondiente cuando se aplica el criterio de Mohr. Según el criterio de Tresca la plastificación del material comenzaría cuando K alcanza el valor de 4,5.

De la observación de las figuras se deduce la evidencia de que el criterio mas conservador es el de Tresca