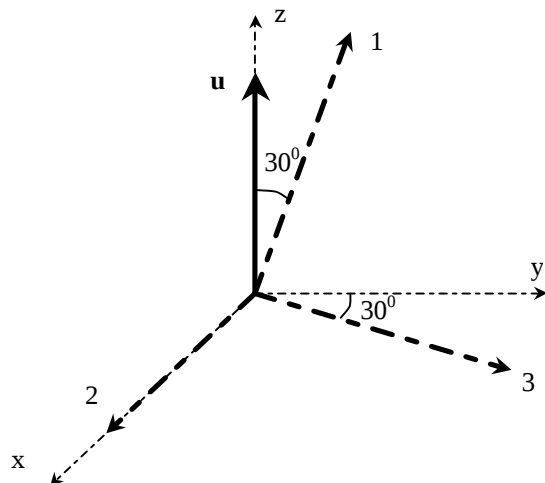
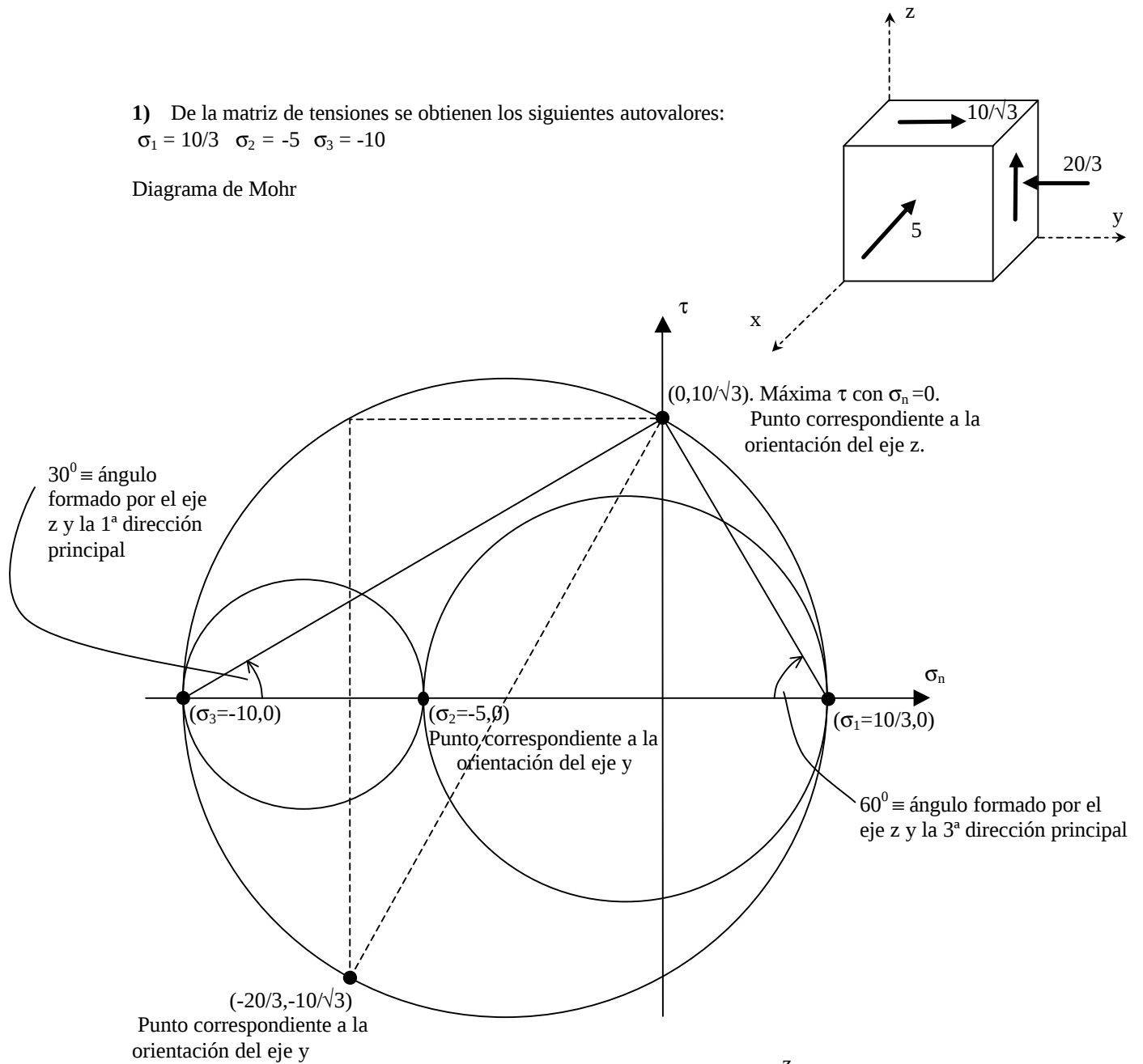


SOLUCIÓN BLOQUE 1 (8-2-02)

1) De la matriz de tensiones se obtienen los siguientes autovalores:

$$\sigma_1 = 10/3 \quad \sigma_2 = -5 \quad \sigma_3 = -10$$

Diagrama de Mohr



2) Por derivación se obtienen las componentes de la matriz de deformaciones:

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x} = 2abx \quad ; \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y} = 2aby \quad ; \quad e_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 2abz$$

$$g_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2a \quad ; \quad g_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad ; \quad g_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$e = e_x + e_y + e_z = 2a(x + y + z)$$

Aplicando las ecuaciones de Lamé se obtienen las componentes de la matriz de tensiones:

$$s_{nx} = l e + 2G e_x = l a b 2(x + y + z) + 4G a b x \quad ; \quad t_{xy} = G g_{xy} = 2G a$$

$$s_{ny} = l e + 2G e_y = l a b 2(x + y + z) + 4G a b y \quad ; \quad t_{xz} = G g_{xz} = 0$$

$$s_{nz} = l e + 2G e_z = l a b 2(x + y + z) + 4G a b z \quad ; \quad t_{yz} = G g_{yz} = 0$$

$$l = \frac{mE}{(1+m)(1-2m)} = 40000 \text{MPa} \quad ; \quad G = \frac{E}{2(1+m)} = 40000 \text{MPa}$$

Y aplicando las condiciones de equilibrio interno se obtienen las componentes de las fuerzas de volumen:

$$X = Y = Z = -ab(2l + 4G) = -0,24 \text{N} / \text{m}^3$$

El vector de fuerzas de superficie es:

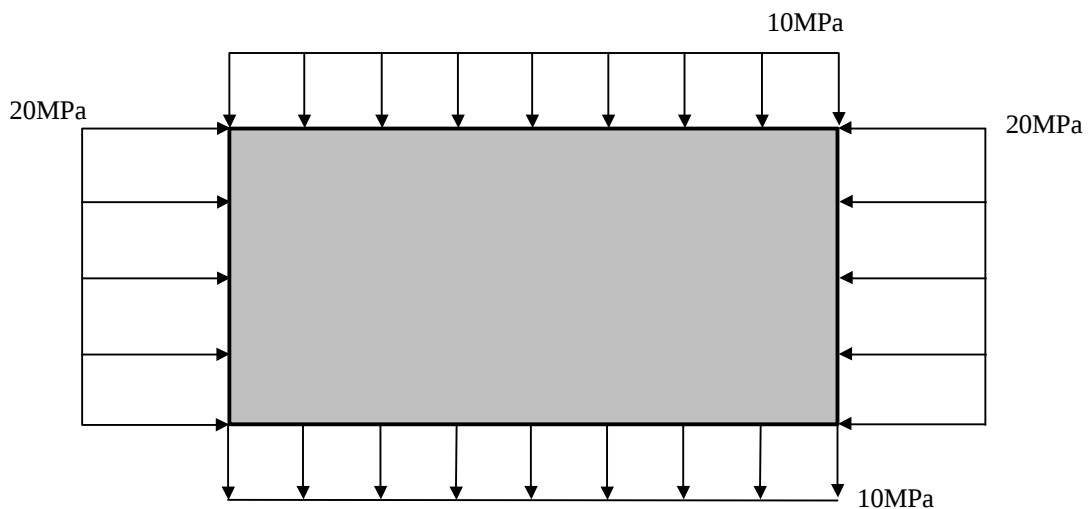
$$\vec{f} = (T)\vec{u} = \begin{bmatrix} l a b 2(x + y + z) + 4G a b x & 2G a & 0 \\ 2G a & l a b 2(x + y + z) + 4G a b y & 0 \\ 0 & 0 & l a b 2(x + y + z) + 4G a b z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ g \end{bmatrix}$$

luego sólo tienen componente tangencial nula las caras del paralelepípedo perpendiculares al eje z ($\alpha=\beta=0$).

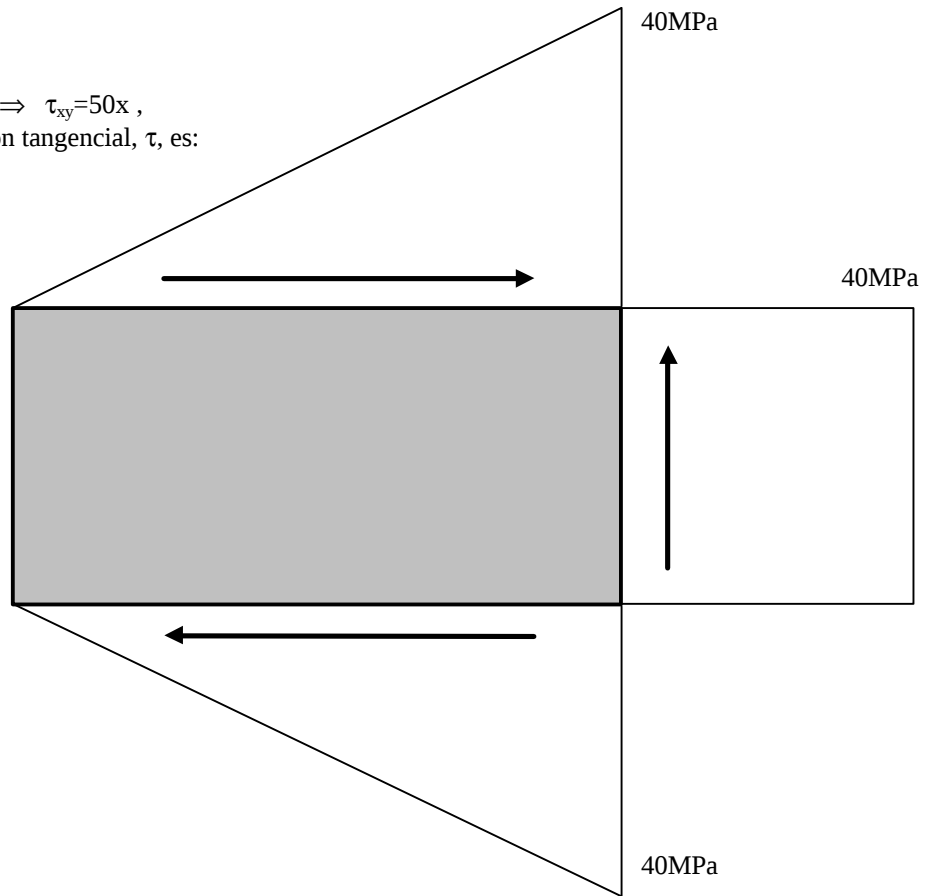
3) La solución de tensiones deducida de la función de Airy es:

$$s_{nx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -20 \quad ; \quad s_{ny} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -50y + 10 \quad ; \quad t_{xy} = -\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - Xy - Yx = 50x - Xy - Yx$$

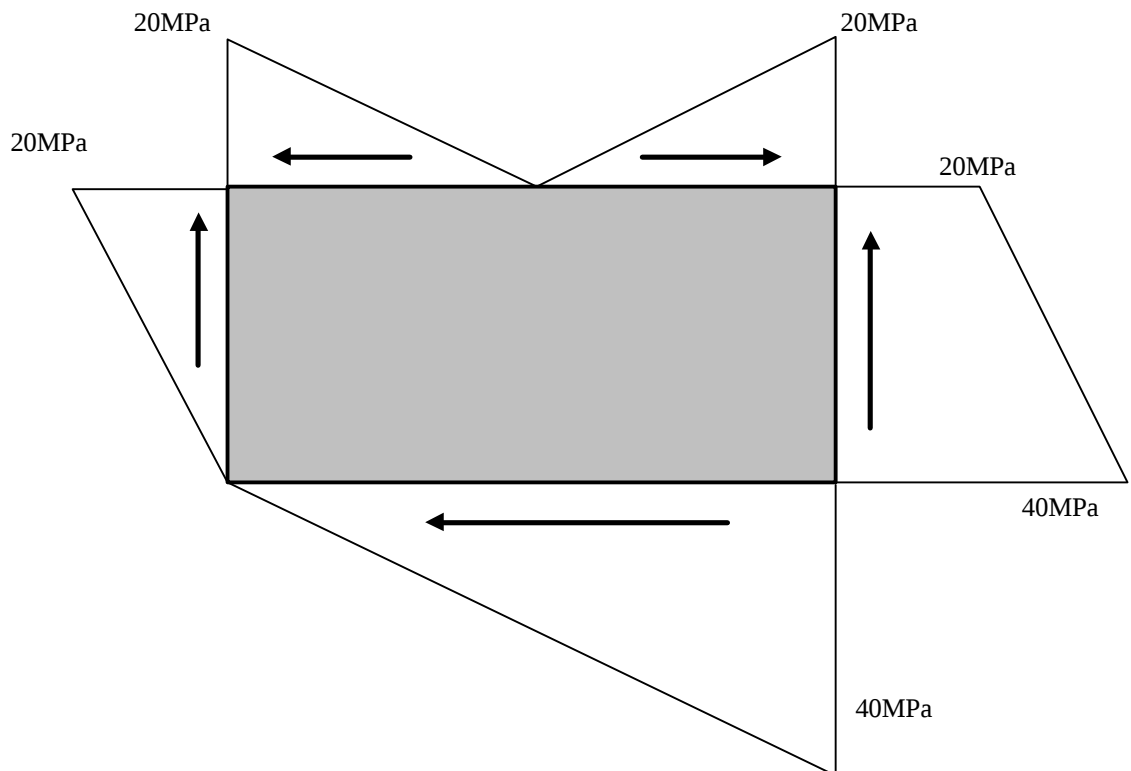
Luego, para los cuatro casos la distribución de tensión normal, σ_n , es:



Caso a) $X=0$, $Y=0 \Rightarrow \tau_{xy}=50x$,
luego, la distribución tangencial, τ , es:

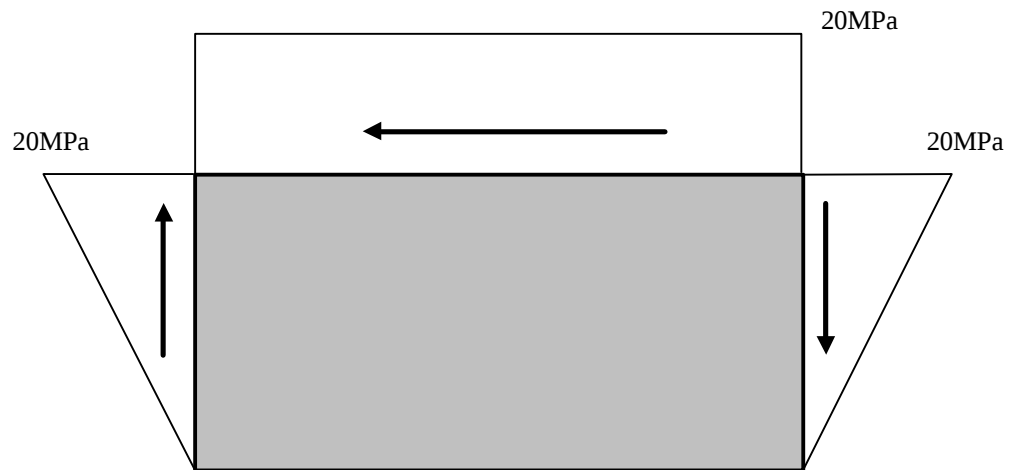


Caso b) $X=50\text{MPa/m}$, $Y=0 \Rightarrow \tau_{xy}=50x-50y$, luego, la distribución tangencial, τ , es:



Caso c) $X=0$, $Y=50\text{MPa/m} \Rightarrow \tau_{xy}=0$, luego, la distribución tangencial, τ , es nula.

Caso d) $X=50\text{MPa/m}$, $Y=50\text{MPa/m} \Rightarrow \tau_{xy}=-50y$, luego, la distribución tangencial, τ , es:



4) La solución de tensiones a partir de ϕ es:

$$t_{xz} = \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{GJ}{a}(x+a)y \quad ; \quad t_{yz} = -\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{GJ}{2a}(x^2 - y^2 - 2ax) \quad ; \quad s_{nx} = s_{ny} = s_{nz} = t_{xy} = 0$$

Que, para la cara $x+a=0$ queda:

$$t_{xz} = 0$$

$$t_{yz} = -\frac{GJ}{2a}(3a^2 - y^2) \Rightarrow t_{\text{máx}} = t_{yz}(y=0) = -\frac{3GJa}{2}$$

